فهرست

1- جدول توزیع فراوانی طبقه بندی نشده

از این جدول برای تنظیم داده های گسسته که تنوع داده ها اندک است استفاده می کنند و فراوانی هر داده در مقابل آن ثبت می شود.

مثال 1. برای نمرات یک کلاس 30 نفری داریم:

تعداد دانش آموزان= F_i	نمرات = X_i
2	8
1	10
6	12
5	13
6	17
8	19
2	20

2- دامنه تغییرات

اختلاف بین بزرگترین داده آماری و کوچکترین داده آماری را دامنه تغییرات گویند.

$$R = X_{max} - X_{min}$$

چنانچه داده های آماری با تقریب کمتر از واحد گرد شده باشند دامنه تغییرات برابر است با:

$$R = X_{max} - X_{min} + 1$$

3- شاخصهای مرکزی یا پارامترهای مکانی

3-1- میانگین حسابی(Mean)

الف- اگر داده‌ها تکراری نباشند

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

ب- اگر هر یک از داده ها تکراری باشند

$$\overline{X} = \frac{\sum F_i X_i}{N}$$

مثال2. در جدول زیر مطلوبست میانگین حسابی: $\bar{X} = \frac{654}{50} = 13/08$

حدود طبقات	فراوانی	نماینده طبقات X_i	F_iX_i
2-4	2	3	6
5-7	3	6	18
8-10	5	9	45
11-13	10	12	120
14-16	25	15	375
17-19	5	18	90

$\sum F_i = 50 \quad \sum F_i X_i = 654$

3- 2- میانه(Median)

عددی را که در یک مجموعه از اعداد مرتب شده آماری درست در وسط داده ها قرار گیرد، میانه گویند. برای تعیین میانه در یک سری داده های آماری ابتدا داده ها را به ترتیب صعودی یا نزولی مرتب می کنیم. در صورتیکه تعداد داده ها فرد باشد، عددی که در وسط قرار می گیرد عدد میانه بوده و اگر تعداد داده ها زوج باشد نصف مجموع دو عددی که در وسط قرار گرفته عدد میانه را مشخص می کند، میانه را با $\tilde{X}$ نشان می دهیم.

مثال3.

4,7,6,9,1,5,3	10,12,16,14,26,5
1,3,4,5,6,7,9	5,10,12,14,16,26
$\tilde{X} = 5$	$\tilde{X} = \frac{12+14}{2} = 13/5$

الف - تعیین میانه در جدول توزیع فراوانی دسته بندی نشده (طبقه بندی نشده)

ابتدا، $\sum F_i$ را به دست آورده و N می نامیم. سپس اولین ردیفی را که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی $\frac{N}{2}$ است را به عنوان ردیف میانه معین می‌کنیم. داده مربوط به این ردیف میانه خواهد بود.

مثال 4.

X_i	F_i	CF_i	
4	3	3	
6	2	5	
7	4	9	←ردیف میانه
10	1	10	
11	3	13	
16	2	15	
20	1	16	

$N = \sum F_i = 16$ $\qquad \frac{N}{2} = 8$ $\qquad \tilde{X} = 7$

ب- تعیین میانه در جدول توزیع فراوانی طبقه بندی شده

در جدول توزیع فراوانی دسته بندی شده ابتدا مثل قبل ردیف میانه را مشخص کرده و سپس میانه را از فرمول زیر به دست می آوریم:

$$\tilde{X} = L + \frac{\frac{N}{2} - CF_{i-1}}{F_i} \times C$$

که در این فرمول

$\tilde{X}$ = میانه

L= کوچکترین عدد طبقه میانه‌دار (در *صفات پیوسته کرانه پایین* و در *صفات گسسته حد پایین طبقه میانه دار*)

CF_{i-1} = فراوانی تجمعی طبقه ماقبل طبقه میانه دار

F_i= فراوانی طبقه میانه دار

C= فاصله طبقات جدول(1+ حد پایین - حد بالا)

مثال 5. در جدول ذیل میانه را مشخص کنید.

الف – اگر داده‌ها پیوسته باشند.

$$\frac{N}{2}=\frac{50}{2}=25$$

$$\tilde{X}=\underline{49/5}+\frac{25-20}{6}\times\underline{5}=53/66$$

ب- اگر داده‌ها گسسته باشند.

$$\frac{N}{2}=\frac{50}{2}=25$$

$$\tilde{X}=50+\frac{25-20}{6}\times\underline{5}=54.167$$

	F_i	FC_i
40-44	12	12
45-49	8	20
50-54	6	26
55-59	10	36
60-64	4	40
65-69	10	50

ردیف میانه ← (50-54)

نکته: اگر در ردیف فراوانی های تجمعی عدد $\frac{N}{2}$ عیناً وجود داشته باشد آنگاه کرانه بالای طبقه میانه دار را میانه بدانید.

مثال 6.

	2-4	5-7	8-10	11-13	14-16	17-19
F_i	2	3	5	15	20	5
FC_i	2	5	10	25	45	50

طبقه میانه دار↑

$$\frac{N}{2}=\frac{50}{2}=25$$

$$\tilde{X}=13/5$$

نکته: اگر در یک جدول توزیع فراوانیهای طبقه بندی شده مربوط به صفات پیوسته، مجموع فراوانیهای طبقه ماقبل میانه دار برابر فراوانیهای طبقات ما بعد طبقه میانه‌دار باشد آنگاه نماینده طبقه میانه دار را میانه خواهیم دانست.

مثال 7. جدول زیر مربوط به اندازه قد دانشجویان یک کلاس می باشد. میانه را مشخص کنید.

	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-69
F_i	4	10	6	16	12	8
CF_i	4	14	20	36	48	56

طبقه میانه دار↑

$$\frac{N}{2}=\frac{56}{2}=28$$

$$\tilde{X} = \frac{25-29}{2} = 27 \Rightarrow$$

$= 4+10+6 = 20$ مجموع فراوانی های قبل از طبقه میانه دار

$= 12+8 = 20$ مجموع فراوانی های بعد از طبقه میانه دار

3-3- مد یا نما

در اعداد آماری، عددی که بیشترین تکرار (فراوانی) را داشته باشند، نما نامیده می شود. لذا یک نمونه آماری می تواند نما داشته باشد یا بیش از یک نما داشته باشد.

مثال 8.

1,1,2,2,2,3,4 — $\text{Mode} = 2$

1,1,1,2,2,2,3,4,5,5 — $\text{Mode} = 1,2$

1,2,3,4,5,6,7 — مد ندارد

1,1,1,2,2,2,3,3,3 — مد ندارد

- تعیین مد در جدول توزیع فراوانی های دسته بندی شده

ابتدا طبقه ای که بیشترین فراوانی را دارد به عنوان طبقه نمادار مشخص می کنیم و سپس مـد را از رابطه زیر به دست می آوریم:

$$\text{Mode} = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times C$$

که در آن

M= نما

d_1= تفاضل فراوانی طبقه نمادار با فراوانی طبقه ما قبل

d_2= تفاضل فراوانی طبقه نمادار با فراوانی طبقه ما بعد

C= فاصله طبقات

L= کوچکترین عدد طبقه نمادار (کرانه پایین)

مثال 9.

	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59
F_i	12	17	20	40	10

طبقه مد دار↑

$$\text{Mode} = 39/5 + \frac{20}{20+30} \times 10 = 43/5$$

نکته: اگر در جدول توزیع فراوانی ها فراوانی طبقات ماقبل و مابعد طبقه نمادار مساوی باشند، نماینده طبقه نمادار را نما بدانید.

فراوانی طبقه مابعد= فراوانی طبقه مابعد

مثال 10.

	10-12	13-15	16-18	19-21	22-24
F_i	10	12	8	16	8

$\text{Mode} = \frac{19+21}{2} = 20$ طبقه نما دار ↑

3-4- چارک ها(Quantile)

سه نوع چارک داریم: چارک اول (Q_1)، چارک دوم (Q_2) و چارک سوم (Q_3)

الف- چارک اول: عددی که در یک مجموعه از داده های آماری مرتب شده، مرز 25% داده ها را مشخص کند چارک اول است. بنابراین می توان ادعا کرد که 25% داده ها از نقطه Q_1 کوچکتر و 75% داده ها از این نقطه بزرگتراند.

ب- چارک دوم: همان میانه است.

ج- چارک سوم: نقطه یا عددی که در یک مجموعه از اعداد مرتب شده آماری مرز 75% داده ها را نشان دهد چارک سوم است. یعنی نقطه ای که 75% داده ها از آن کوچکتر و 25% داده از آن بزرگتراند.

3-4-1- تعیین چارک اول و سوم در یک سری داده

ابتدا داده های آماری را به صورت صعودی از چپ به راست مرتب می کنیم. سپس اعداد را به 2 نیم تقسیم می کنیم. میانه نیمه سمت چپ را چارک اول و میانه اعداد سمت راست را چارک سوم می نامند و خود میانه اعداد همان چارک دوم می باشد.

مثال 11.

14,16,12,17,20,19,17,11,10,18

$$\underbrace{10,11,12,14}_{Q_1=12},\ \underbrace{16,17,17}_{Q_2=16/5},\ \underbrace{18,19,20}_{Q_3=18}$$

7,4,2,1,3,5,6

$$\underbrace{1,2,3}_{Q_1=2},\ \underbrace{4,5}_{Q_2=4},\ \underbrace{6,7}_{Q_3=6}$$

الف - تعیین چارک ها در جدول توزیع فراوانی طبقه بندی نشده

ابتدا فراوانی تجمعی را حساب می کنیم. سپس اولین طبقه ای که فراوانی تجمعی آن بیشتر از $\frac{N}{4}$ است طبقه چارک اول و داده مربوط به آن چارک اول، سپس اولین طبقه ای که فراوانی تجمعی آن بیشتر از $\frac{N}{2}$ است طبقه چارک دوم و داده مربوط به آن چارک دوم و اولین طبقه ای که فراوانی تجمعی آن $\frac{3N}{4}$ است طبقه چارک سوم و داده مربوط به آن چارک سوم است.

مثال 12.

X_i	8	10	15	16	20	28	40	42
F_i	3	8	7	13	12	23	24	10
CF_i	3	11	18	31	43	66	90	100

طبقه چارک اول ↑ $Q_1=16$

طبقه چارک دوم ↑ $Q_2=\tilde{X}=28$

طبقه چارک سوم ↑ $Q_3=40$

$$N=100 \quad \frac{N}{4}=25 \quad \frac{N}{2}=50 \quad \frac{3N}{4}=75$$

ب- تعیین چارک ها در جدول توزیع فراوانی طبقه بندی شده

برای تعیین چارک اول ابتدا اولین طبقه ای را که فراوانی تجمعی آن بیشتر از $\frac{N}{4}$ است را به عنوان طبقه چارک اول تعیین کرده و چارک اول را از فرمول زیر به دست می آوریم:

$$Q_1=L+\frac{\frac{N}{4}-CF_{i-1}}{F_i}\times C$$

چارک دوم را از تعریف میانه به دست می آوریم.

برای تعیین چارک سوم ابتدا اولین طبقه ای را که فراوانی تجمعی آن بیشتر از $\frac{3N}{4}$ است را به عنوان طبقه چارک سوم تعیین کرده و چارک سوم را از فرمول زیر به دست می آوریم:

اگر داده ها از نوع پیوسته بود L کرانه پایین طبقه چارک دار است. و اگر داده ها از نوع گسسته بود Lحد پایین طبقه چارک دار است.

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3N}{4} - CF_{i-1}}{F_i} \times C$$

مثال 13.

	10-14	15-19	20-24	25-29	30-34	35-39
F_i	2	8	6	14	7	3
CF_i	2	10	16	30	37	40

طبقه چارک اول ↑ طبقه چارک دوم و سوم ↑

Q_1=19/5 Q_3=29/5

$N = 40 \quad \frac{N}{4} = 10 \quad \frac{N}{2} = 20 \quad \frac{3N}{4} = 30$

$$Q_2 = \tilde{X} = 24/5 + \frac{20-16}{14} \times 5 = 25/92$$

نکته: چون $\frac{N}{4} = 10$ دقیقاً در ستون فراوانی تجمعی می باشد لذا Q_1 کرانه بالای طبقه چارک اول است.

همین نکته در مورد چارک سوم صدق می کند.